

Revue Sciences & Maintenance[®]

Editeur : **Association française des ingénieurs et responsables de maintenance**

Directeur de la publication : **Claude Pichot**

A travers sa revue scientifique francophone, diffusée exclusivement au format électronique, l'Afim et ses partenaires du Réseau maintenance francophone (dont le Réseau Normalisation et Francophonie), souhaitent promouvoir la recherche appliquée et l'innovation en maintenance. Domaine vaste et pluridisciplinaire, la maintenance génère de nombreuses publications concernant des méthodes expérimentales ou intuitives qui ne sont pas validées par une démarche scientifique rigoureuse. Par ailleurs, la demande d'information en langue française, du Québec à l'Afrique du Nord, en passant par différents pays d'Europe et d'Asie est forte. Ainsi, l'Organisation internationale de la Francophonie qui rassemble 75 pays recense 220 millions de locuteurs français dans le monde. Les journées Innova-Maintenance[®] initiées par l'Afim en 2011 participent également à cette promotion.

Détection de défaut sur motoréducteur à engrenage en utilisant la transformée en ondelettes (2012)

Guy Marie Rakoto Razafindrato*, Olivier Riou**, Jean Félix Durastanti**

* Institut Supérieur de Technologie d'Antananarivo - Ampasampito BP 8122, Antananarivo 101, Madagascar

** Laboratoire Certes, Université Paris Est Créteil Val-de-Marne, IUT Sénart Fontainebleau, Avenue Pierre Point 77127 Lieusaint, France

Résumé : En maintenance préventive, la détection précoce d'un défaut constitue l'une des étapes les plus importantes. De nos jours, beaucoup de techniques d'analyse vibratoire des équipements industriels ont été proposées par les chercheurs. Cet article montre, à travers une comparaison des méthodes classiques, l'intérêt de la décomposition par les ondelettes. L'application est réalisée dans le cas du diagnostic de machines complexes tel que le motoréducteur. Après un bref rappel des théories relatives à la transformée continue en ondelettes, les caractéristiques du dispositif expérimental sont présentées, notamment les fréquences cinématiques et de défauts, ainsi que les paramètres modaux. Après cela, chaque technique est appliquée et les résultats sont discutés en termes d'efficacité et de précision. Il ressort que, parmi tous, la transformée continue en ondelettes constitue une des plus avantageuses dans ce contexte.

Détection de défaut sur motoréducteur à engrenage en utilisant la transformée en ondelettes

Guy Marie Rakoto Razafindrazato^a, Olivier Riou^{b,*}, Jean Félix Durastanti^b

^a Institut Supérieur de Technologie d'Antananarivo, Ampasampito BP. 8122, Antananarivo 101, Madagascar

^b Laboratoire CERTES, Université Paris Est Créteil Val de Marne, IUT Sénart Fontainebleau, Avenue Pierre Point 77127 Lieusaint - France

RESUME

En maintenance préventive, la détection précoce d'un défaut constitue l'une des étapes les plus importantes. De nos jours, beaucoup de techniques d'analyse vibratoire des équipements industriels ont été proposées par les chercheurs. Cet article montre, à travers une comparaison des méthodes classiques, l'intérêt de la décomposition par les ondelettes. L'application est réalisée dans le cas du diagnostic de machines complexes tel que le motoréducteur. Après un bref rappel des théories relatives à la transformée continue en ondelettes, les caractéristiques du dispositif expérimental sont présentées, notamment les fréquences cinématiques et de défauts, ainsi que les paramètres modaux. Après cela, chaque technique est appliquée et les résultats sont discutés en termes d'efficacité et de précision. Il ressort que, parmi tous, la transformée continue en ondelettes constitue une des plus avantageuses dans ce contexte.

Mots clés : diagnostic, défauts, spectre, transformée en ondelettes, motoréducteur.

ABSTRACT

In preventive maintenance, early detection of incipient failure is one of the most important steps. Nowadays, many techniques of vibrating analysis on rotating machinery have been proposed by researchers. This paper shows, through a comparison of conventional methods, the interest of the wavelet decomposition. Application is carried in the case of diagnosis of complex machines such as a gearbox. After a brief review of theory on continuous wavelet transform, the main characteristics of the experimental setup are presented, including kinematic and frequency of defects, and modal parameters. After that, each technique is applied and results are discussed in terms of efficiency and accuracy. It appears that among all, the continuous wavelet transform is one of the most advantageous in this context.

Keywords : diagnosis, faults, spectrum, wavelet transform, gearmotor

1. Introduction

Dans sa forme la plus simple, une mesure du niveau vibratoire global est utilisée afin de signaler tout problème imminent. Cependant, de plus amples informations sont souvent requises pour une détection précoce et fiable d'un grand nombre de défauts. La technique classique consiste en la mesure du spectre fréquentiel en surveillant particulièrement tout changement concernant les

* Correspondant: Tél. +33 621326737
adresse électronique: olivier.riou@u-pec.fr

composantes spectrales [1-5]. De tels changements sont en effet le reflet d'une modification tant des éléments tournants que de la structure, permettant ainsi le diagnostic. Le mécanisme d'apparition et de développement des défauts sur les machines est largement détaillé dans [6].

Dans cet article sera traité un cas de défaut créé sur un banc d'études vibratoires. Il s'agit, à travers un exemple, d'appliquer et d'entreprendre une analyse comparative de toutes les techniques de recherche d'anomalies d'ordre vibratoire sur une machine tournante. La transformation en ondelettes sera notamment utilisée pour illustrer son avantage dans ce contexte.

Nous commencerons par un rappel des théories relatives à la transformation en ondelettes. La section suivante décrit l'installation expérimentale avec ses principales caractéristiques cinématiques et dynamiques. A l'aide des différents outils numériques que nous avons élaborés sous Matlab, toutes les techniques d'analyse ont été par la suite mises en œuvre pour vérifier leurs aptitudes. L'analyse des résultats permettra de mettre en exergue les performances de chaque méthode pour détecter les défauts.

2. La transformée en ondelettes

2.1. Principe de la décomposition

L'idée de base consiste à utiliser comme fenêtre de pondération une fonction $\psi_{a,b}(t)$ où :

- a est le facteur d'échelle, représentant la dilatation et la contraction de l'ondelette;
- b , facteur de translation, est tel qu'au cours du glissement du support d'analyse, la localisation de l'ondelette sur l'axe des temps change.

Le couple (a, b) constitue la variable temps-échelle de l'analyse. Par rapport à la transformée de Fourier, la différence réside dans l'utilisation d'une ondelette de base qui se déforme. Le concept d'échelle de dilatation est introduit à la place de la fréquence. C'est l'analyse multi-échelle.

2.2. Transformée continue en ondelettes

Pour un signal temporel $x(t)$ et une fonction de base d'ondelette $\psi_{a,b}(t)$, la transformée continue en ondelettes se définit par :

$$W_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad (1)$$

où $\psi^*(t)$ représente la fonction complexe conjuguée de $\psi(t)$.

Autrement dit, le signal $x(t)$ est projeté sur une base des fonctions d'analyse $\psi_{a,b}(t)$. Ces dernières sont construites à partir de fonction de base complexe $\psi(t)$ appelée ondelette-mère. La [figure 1](#) montre l'exemple de l'ondelette de Morlet, constituée d'un sinus modulé par une Gaussienne.

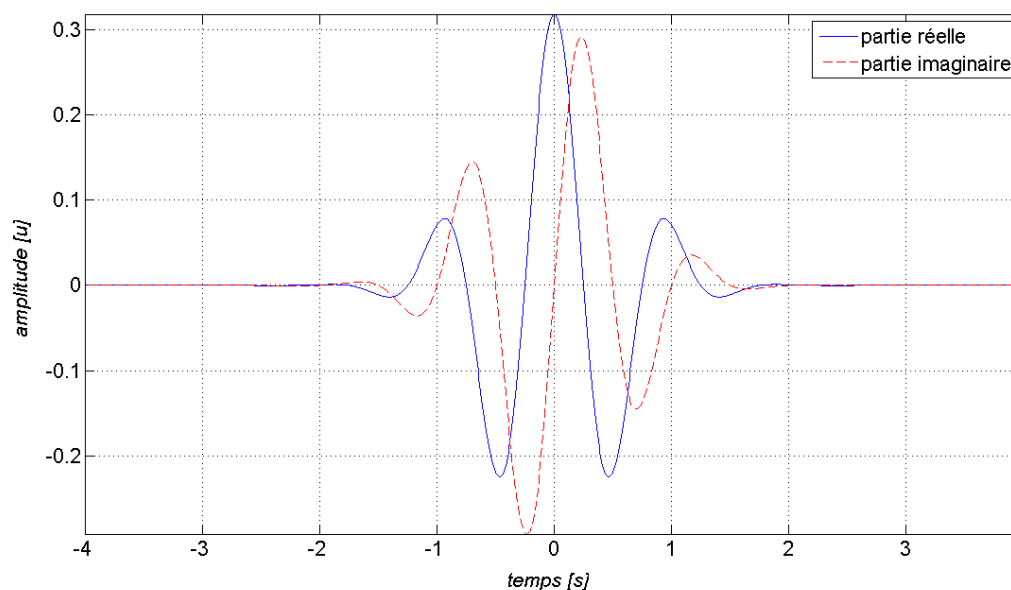


Figure 1: L'ondelette complexe de Morlet

$\psi(t)$ est une ondelette admissible lorsque la quantité $C_\psi = \int_0^{+\infty} |\Psi(a\omega)|^2 \frac{da}{a}$ est finie, non nulle et

indépendante du nombre réel ω [7]. $\Psi(\omega)$ désigne la transformée de Fourier de $\psi(t)$.

Dans ces conditions, la transformée inverse permet de reconstruire le signal initial :

$$x(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} w\left(\frac{t-b}{a}\right) W_{a,b}(x) \frac{da}{a} db \quad (2)$$

En diagnostic de défauts, le carré du module de la transformée continue en ondelettes, définissant le scalogramme, est souvent utilisé :

$$SG_{a,b}(x) = |W_{a,b}(x)|^2 \quad (3)$$

Des théories plus détaillées peuvent être trouvées dans [8-9].

Cette approche permet particulièrement une analyse locale sur une partie du signal. Ainsi, la technique par ondelettes se prête avantageusement pour les signaux possédant des caractéristiques de phénomènes non stationnaires ou de faibles discontinuités [10-15].

Par ailleurs, la transformée continue en ondelettes est aussi appliquée en analyse modale. L'intérêt apparaît notamment pour des fréquences propres proches. Pour cela, l'utilisation de la version translatée de l'ondelette complexe de Morlet améliore la résolution fréquentielle [16].

3. Le banc expérimental

3.1. Description et caractérisation

Lors d'une analyse vibratoire, les caractéristiques dynamiques de la structure doivent être déterminées en premier lieu. De cette étape dépendent étroitement les résultats ultérieurs.

La machine tournante, objet de l'analyse vibratoire est un motoréducteur à engrenages cylindriques à denture hélicoïdale et à deux étages (Figures 2 et 3). Six paliers à roulements (B1 à B6) supportent l'ensemble possédant quatre pignons (P1 à P4). Alimenté par un moteur électrique asynchrone triphasé de 380V – 50Hz, le réducteur tourne à 1494/282 trs/min (rapport de réduction de 0.188) avec une puissance de 1,1kW.



Figure 2: Vue du motoréducteur

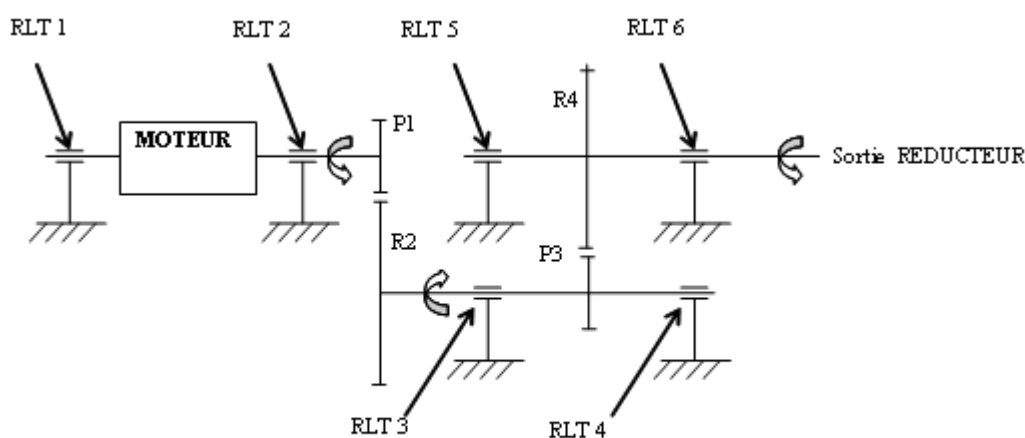


Figure 3: Schéma cinématique du motoréducteur

Sur toute machine mécanique complexe, il est nécessaire de connaître toutes les fréquences caractéristiques relatives aux différents organes. Ces valeurs sont utiles lors de l'analyse des signatures vibratoires. Le [Tableau 1](#) résume les résultats, après calculs des fréquences cinématiques et de défauts. Les détails se trouvent dans [\[17\]](#).

3.2. Instrumentation

Le signal vibratoire mesuré est numérisé avec une résolution de 24 bits , en utilisant un module d'acquisition *USB 9233* à quatre voies. Un dispositif anti repliement est inclus, avec une grande stabilité et un faible bruit, donnant automatiquement des mesures précises à partir d'accéléromètres *IEPE*. Lors de l'analyse modale, deux canaux sont utilisés pour les réponses impulsionnelles et un troisième pour le signal provenant du marteau de choc.

Pour chaque essai, la numérisation est effectuée à 2^{15} échantillons et à un débit de 25 kS/s . Nous avons utilisé des accéléromètres *DJB A120 VTC* de sensibilité 100 mV/g . La bande de mesure est définie dans la plage $[2 \text{ Hz}, 10 \text{ kHz}]$ correspondant à une distorsion de $0,5 \text{ dB}$. Le module *USB 9233* piloté en utilisant Labview permet d'adapter pour chaque canal le taux et le volume d'échantillonnage. Des traitements mathématiques sont alors réalisés à partir de fichiers de données, en utilisant des codes de calcul élaborés sous Matlab.

3.3. Paramètres modaux

La fiabilité de tout diagnostic vibratoire dépend de la connaissance de l'état mécanique de la machine réelle. C'est pourquoi la première étape consiste toujours à déterminer toutes les caractéristiques dynamiques de l'installation. En particulier, la connaissance des fréquences propres permet de comprendre le comportement de la structure lorsqu'elle est soumise à une excitation.

Ici, la méthode est basée sur la réponse à une force impulsionnelle provenant d'un marteau de choc. Le signal en résultant est alors analysé en utilisant la technique de Hilbert combinée avec un filtrage par les ondelettes [1].

La figure 4 et le tableau 2 présentent les résultats de l'analyse modale complète de la machine [17].

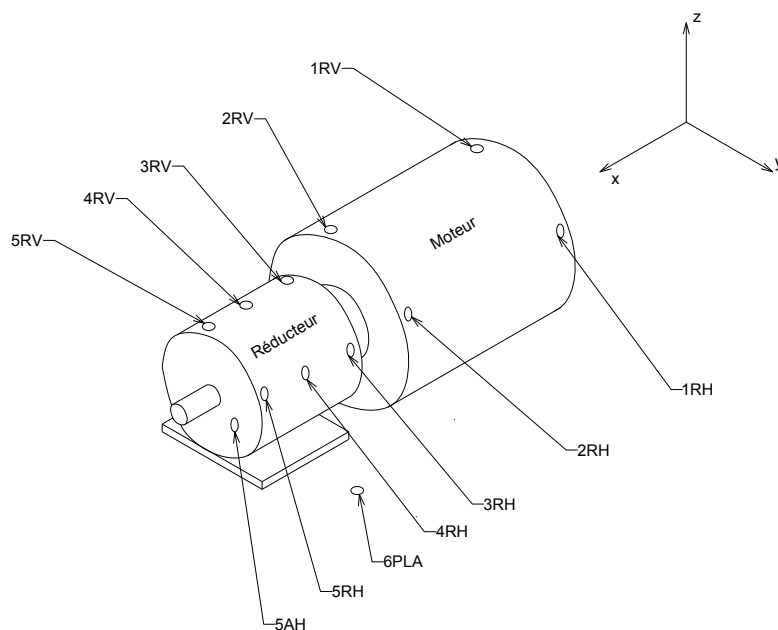


Figure 4: Localisation des points de mesure

La direction axiale présente des valeurs de fréquence propre relativement élevées. Par contre, les taux d'amortissement γ sont les plus faibles, ce qui s'explique par la configuration de l'ensemble qu'on peut modéliser par un cylindre couché : c'est donc la direction la plus « rigide ».

Le système étant posé sur un plan horizontal, le taux d'amortissement dans la direction radiale verticale est globalement plus faible. Par ailleurs, il apparaît nettement qu'aux zones de fréquences élevées, le taux d'amortissement devient faible. En effet, la rigidité d'un système diminue au fur et à mesure qu'on l'excite à grandes fréquences.

De manière générale, la valeur de l'amortissement de ce système paraît assez faible. Il s'agit de l'influence de l'huile utilisée comme lubrifiant par barbotage du réducteur à engrenage. En effet, une grande quantité (près de 1,3 litre) est employée à cet essient.

n°	f [Hz]	désignation			
1	0,2	<i>défaut d'excentrement magnétique tournant</i>			
2	1,8	rotation - cage RLT5	rotation - cage RLT6		
3	1,9	<i>défaut - cage RLT5</i>	<i>défaut - cage RLT6</i>		
4	3,83	rotation - cage RLT4			
5	4,2	<i>défaut - cage RLT4</i>			
6	4,3	<i>défaut - cage RLT3</i>			
7	4,5	rotation - cage RLT3			
8	4,7	rotation roue de sortie R4	rotation - bague interne RLT5	rotation - bague interne RLT6	
9	9,5	rotation - cage RLT2			
10	9,9	rotation - cage RLT1			
11	10,0	<i>défaut - cage RLT2</i>			
12	10,3	<i>défaut - cage RLT1</i>			
13	11,0	rotation - bille RLT5			
14	11,1	rotation - bille RLT6			
15	11,3	rotation de la roue intermédiaire R2	rotation du pignon intermédiaire P3	rotation - bague interne RLT3	rotation - bague interne RLT4
16	15,7	rotation - bille RLT4			
17	16,8	<i>défaut - bague ext RLT5</i>	<i>défaut - bague ext RLT6</i>		
18	22,0	<i>défaut - bille RLT5</i>			
19	22,2	<i>défaut - bille RLT6</i>			
20	22,5	rotation - bille RLT3			
21	23,0	<i>défaut - bague ext RLT4</i>			
22	24,9	rotation pignon d'entrée P1	rotation - bague interne RLT1	rotation - bague interne RLT2	rotation - rotor moteur électrique
23	25,0	champ statorique			
24	25,5	<i>défaut - bague int RLT5</i>	<i>défaut - bague int RLT6</i>		
25	31,5	<i>défaut - bille RLT4</i>			
26	35,8	<i>défaut - bague ext RLT3</i>			
27	44,8	<i>défaut - bague int RLT4</i>			
28	45,0	<i>défaut - bille RLT3</i>			
29	49,7	rotation - bille RLT2			
30	50,0	alimentation du moteur électrique			
31	54,6	<i>défaut - bague int RLT3</i>			
32	58,7	rotation - bille RLT1			
33	76,0	<i>défaut - bague ext RLT2</i>			
34	89,3	<i>défaut - bague ext RLT1</i>			
35	99,4	<i>défaut - bille RLT2</i>			
36	100,0	<i>défaut d'excentrement magnétique fixe</i>			
37	117,0	<i>défaut - bille RLT1</i>			
38	123,0	<i>défaut - bague int RLT2</i>			
39	135,0	<i>défaut - bague int RLT1</i>			
40	192,0	engrènement E2			
41	450,0	passage d'encoche			
42	498,0	engrènement E1			

Tableau 1: Fréquences caractéristiques du motoréducteur (*fréquences de défaut en italique*)

Direction axiale (x)		Direction radiale-horizontale (y)		Direction radiale-verticale (z)	
f_0	ξ	f_0	ξ	f_0	ξ
484	0,018	106,4	0,051	105,3	0,077
810	0,014	182,1	0,012	116,3	0,021
1 102	0,014	217,4	0,069	122	0,020
1 368	0,010	222	0,089	253	0,045
		411	0,058	278	0,031
		513	0,024	333	0,057
		526	0,024	341	0,032
		790	0,033	461	0,006
		1 145	0,006	625	0,024
		1 333	0,002	652	0,014
				1 072	0,013
				2 222	0,012
				2 334	0,011

Tableau 2: Résultats de l'analyse modale du motoréducteur

4. Détection de défaut sur la roue de sortie

Afin de générer une impulsion localisée, nous avons mis une pointe de colle rigide sur un flanc d'une dent de la roue de sortie R4 (figure 5). Une campagne de mesures est ensuite menée pour collecter toutes les signatures sur tous les points de l'installation.



Figure 5: Roue de sortie R4 avec le dépôt de colle sur le flanc d'une dent

Etant donné que le défaut se situe sur la roue de sortie, nous nous sommes concentrés sur l'étude de l'évolution des signaux vibratoires au niveau du plan 5. Les différentes méthodes ont été appliquées tour à tour de manière à en comparer les résultats.

4.1. Comportement vibratoire attendu

Chaque passage du défaut à l'engrènement E2 se traduira par une impulsion. Ainsi, la période de ces chocs sera celle de la rotation de la roue de sortie R4. Or cette dernière tourne à la vitesse de 282 trs/min, soit une fréquence 4,7 Hz. Il en résulte donc un train de chocs de période 0,2127 s. Les harmoniques de la fréquence 4,7 Hz devront apparaître, de même que les composantes de balourds à 11,3 Hz et 4,7 Hz. La roue de sortie comptant 41 dents, est montée sur l'arbre tournant à la

fréquence de 4,7 Hz. Ce dernier sera alors soumis à 41 chocs par tour. C'est pourquoi, de manière similaire au cas de défaut précédent la fréquence d'engrènement est 192,7 Hz.

4.2. Analyse spectrale FFT

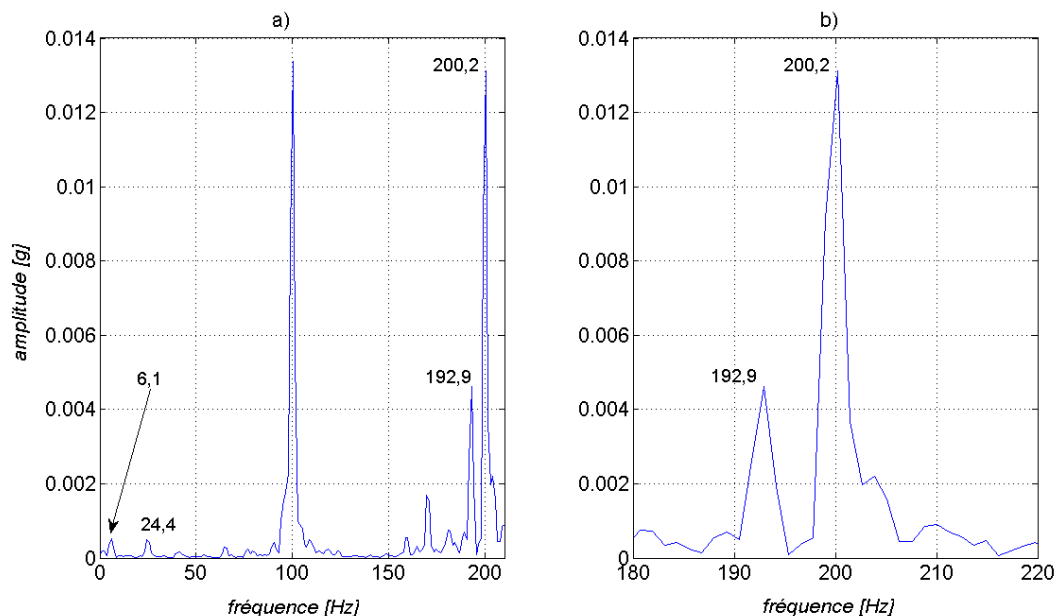


Figure 6: Spectre mesuré au point de mesure 5RH : a) dans la bande {0-200Hz} ; b) Zoom autour de la fréquence de l'engrènement E2

Le spectre présenté sur la figure 6a ne fait apparaître ni la fréquence de rotation de la roue R4 ni ses harmoniques. Dans la figure 6b, la modulation d'amplitude par une (ou les deux) fréquences de rotation de pignon (et/ou de la roue) n'est pas manifeste : pas de raies latérales à distance égale à la fréquence de rotation de pignon et/ou de la roue, c'est-à-dire à 4,7 et/ou 11,3 [Hz].

4.3. Analyse spectrale HFRT

Un zoom par filtrage autour d'une résonance dans la direction verticale radiale a été essayé, dans ce plan de mesure 5.

- Point de mesure : 5RH
- Fréquence de résonance choisie : 790 Hz (voir liste des fréquences propres identifiées, dans le tableau 2)

Le filtrage passe-bande autour de cette valeur n'a pas fourni de résultats quant à l'existence de la série de chocs (figure 7).

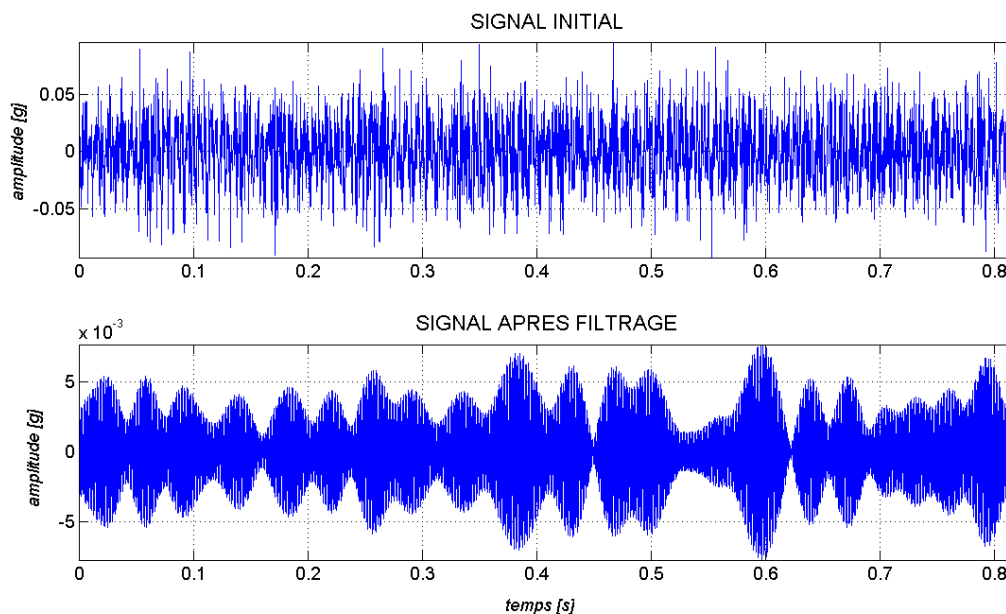


Figure 7: application de la technique du HFRT pour le signal mesuré au point 5RH

4.4. Analyse cepstrale

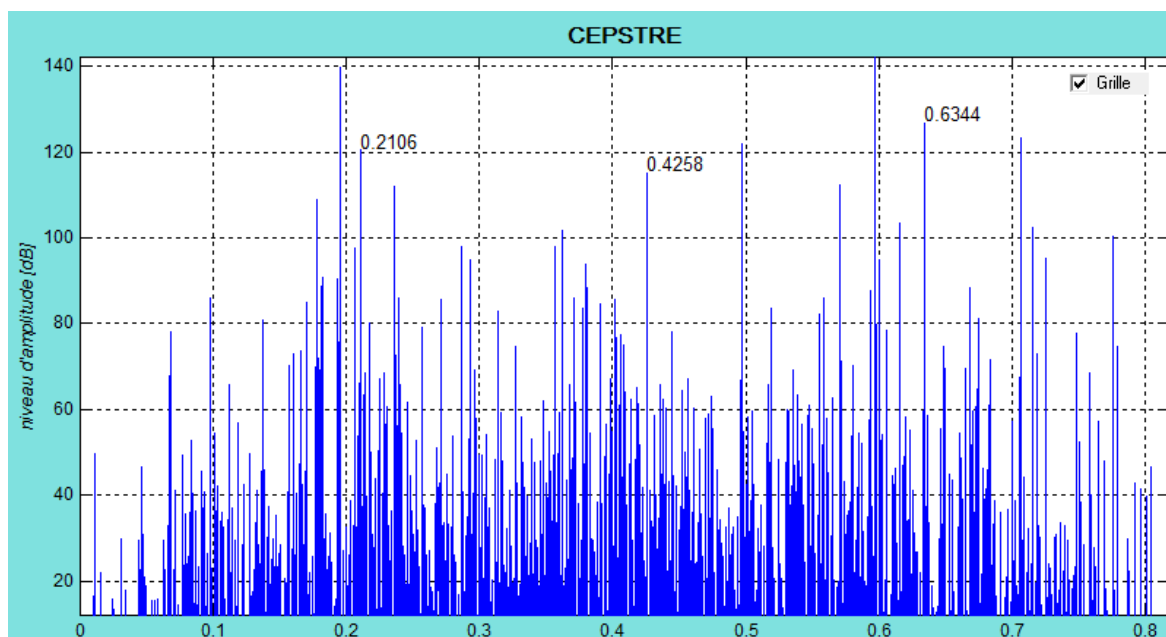


Figure 8: Cepstre calculé au point 5RH

Sur les autres points de mesure de ce plan, aucun des pics caractéristiques de la série de chocs n'apparaît (figure 8). Il est à remarquer que la superposition de plusieurs pics voisins nuit à la lisibilité et la reconnaissance des valeurs intéressantes. Il nous a fallu un triage orienté des amplitudes dominantes.

4.5. Analyse par les ondelettes

De manière générale, la transformation en ondelettes continues permet de détecter le nombre de chocs dans le signal échantillonné : c'est le nombre total de crêtes (correspondant aux valeurs

maximales locales). Pour cela, il s'agit de trouver une zone au voisinage d'une fréquence propre choisie.

Il est observé que la périodicité des chocs n'est pas évidente, pour diverses raisons : autres effets se superposant à l'image vibratoire, autre défaut singulier (tel que jeu d'engrènement), régime non constant... Dans de tels cas, nous regardons l'écart entre plusieurs crêtes successives. Il nous permet d'en déduire la période des chocs. Ceci est justifié dans la mesure où certains chocs peuvent être amortis par l'huile de lubrification.

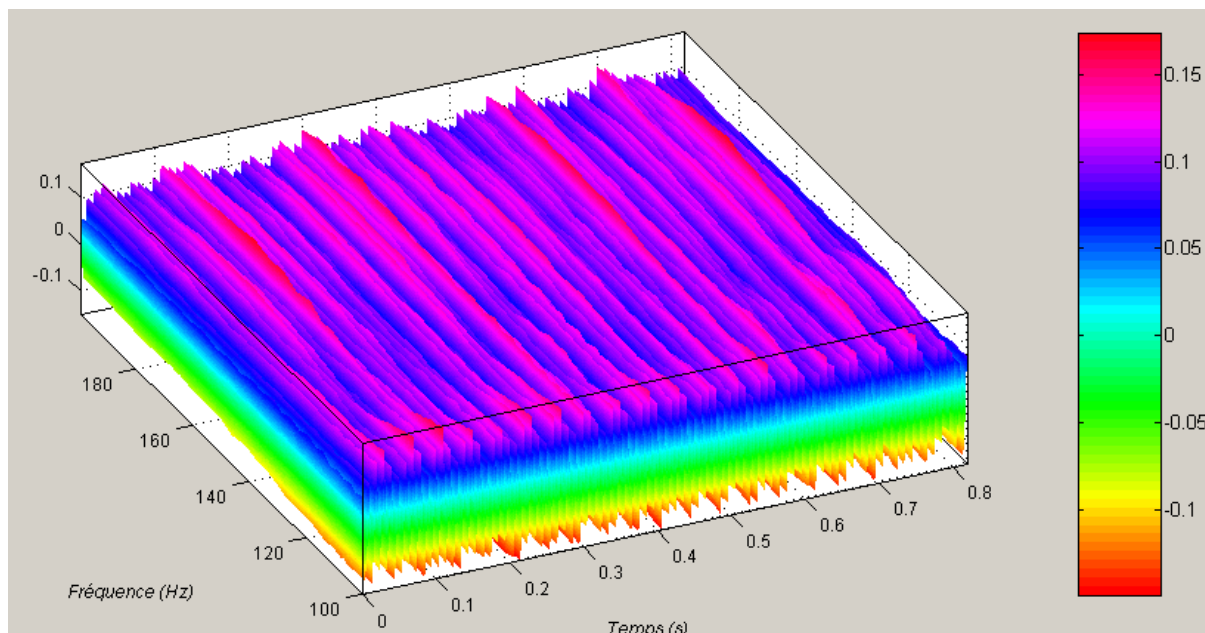


Figure 9: Décomposition en ondelettes continues pour le signal mesuré au point 5RH

Dans cet exemple, nous avons représenté une portion de l'espace {temps-fréquence-coefficients} autour de la fréquence propre de 182 Hz (cf. Tableau 3). Il ressort clairement que la plage de temps de 0 à 0,8 s comporte quatre crêtes rouges espacées de 0,2 s, correspondant à la période des chocs sur le pignon de sortie (figure 9).

En transformation en ondelettes discrètes, un niveau de résolution de 5, convient pour lire la meilleure décomposition du signal. Ainsi, la cinquième approximation révèle une bonne appréciation des singularités dans le signal temporel.

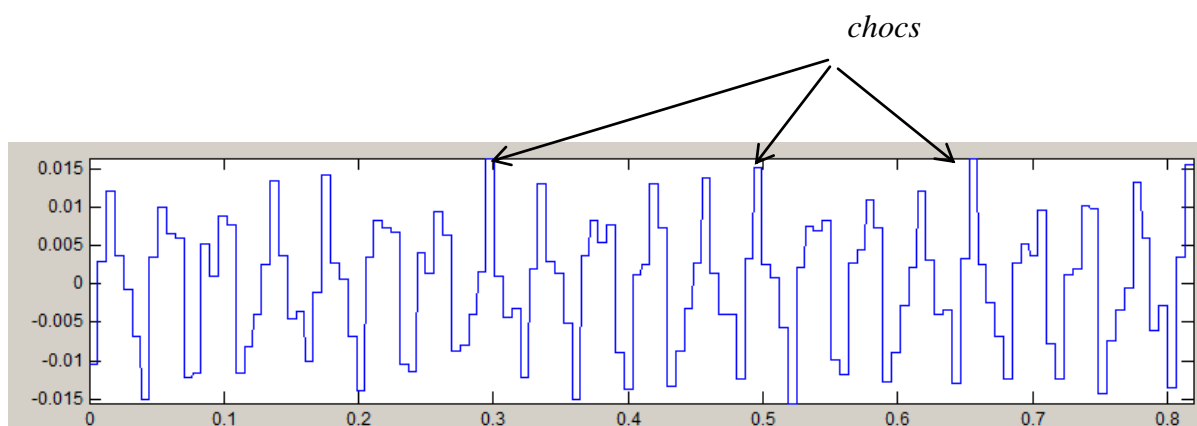


Figure 10: Décomposition en ondelettes discrètes de niveau 5, pour le point 5RH

Dans l'exemple illustré par la figure 10, nous voyons trois chocs d'intervalle d'espacement égal à 0,2 s. Cette valeur correspond sensiblement à 0,2127s, période des chocs dus au défaut de denture sur la roue de sortie R4.

5. Conclusion

En général, les dysfonctionnements sur les machines de ce type proviennent soit des paliers roulements, soit des engrenages. Pour ce dernier cas, les défauts se manifestent souvent par des chocs périodiques. C'est pourquoi nous avons traité dans cet article un exemple relatif aux défauts de denture.

A travers tous les résultats, il ressort que pour un système constitué de plusieurs organes mécaniques, les méthodes classiques d'analyse vibratoire montrent leurs limites. Ceci s'explique par l'existence d'éléments pouvant se coupler dans le spectre. Il est alors difficile de distinguer les apparitions et les évolutions des différentes composantes fréquentielles suite à des défauts.

Parmi les méthodes appliquées dans ce contexte, il s'est avéré que celle basée sur la transformation en ondelettes possède encore les meilleurs atouts. Il est confirmé qu'elle se prête bien à l'analyse de signaux comportant des singularités telles que des impulsions périodiques. L'extension des applications à d'autres types de défauts serait possible sur la base des résultats de nos travaux.

Remerciements

Ces travaux sont inscrits dans le cadre de la collaboration fructueuse entre l'Institut Supérieur de Technologie d'Antananarivo, Madagascar et l'Institut Universitaire de Technologie de Sénart-Fontainebleau, France. Aussi, les auteurs tiennent à remercier Josoa Ramamonjisoa et Antoine Meter, Directeurs respectifs de ces établissements.

Références bibliographiques

- [1] De Almeida, R.G.T., S.A. Da Silva Vicente, and L.R. Pavodese. «New technique for evaluation of global vibration levels in rolling bearings.» *Shock and Vibration*, 2002: 225-234.
- [2] Wu, Fangji, and Liangsheng Qu. «Diagnosis of subharmonic faults of large rotating machinery.» *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2008.
- [3] Mc Fadden, P.D., and J.D. Smith. «Vibration monitoring of rolling element bearings by the high-frequency resonance technique: a review.» *Tribology International*, 1984: 3-10.
- [4] Patel, Tejas H., and Ashish K. Darpe. «Vibration response of a cracked rotor in presence of rotor-stator rub.» *Journal of Sound and Vibration*, 2000: 841-865.
- [5] Dalpiaz, G., and A. Rivola. «Condition monitoring and diagnostics in automatic machines: comparison of vibration analysis techniques.» *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1997: 53-73.
- [6] Pusey, Henry C., and Paul L. Howard. «An historical view of mechanical failure prevention technology.» *Journal of Sound and Vibration*, 2008: 10-19.
- [7] Le, Thien-Phu, and Pierre Argoul. «Continuous wavelet transform for modal identification using free decay response.» *Journal of Sound and Vibration*, 2004: 73-100.
- [8] Torrence, Christopher, and Gilbert P. Compo. «A practical guide to wavelet analysis.» *Bulletin of the American Meteorological Society*, 1999: 61-78.
- [9] Newland, D.E. «Wavelet analysis of vibration, part I: Theory and part II: Wavelet maps.» *Journal of Vibration and Acoustics*, 1994: 409-425.
- [10] Wu, Jian-Da, and Chiu-Hong Liu. «Investigation of engine fault diagnosis using discrete wavelet transform and neural network.» *Expert systems with applications*, 2008: 1200-1213.
- [11] Wu, Jian-Da, and Chuang-Chin Hsu. «Fault gear identification using vibration signal with discrete wavelet transform technique and fuzzy-logic inference.» *Expert Systems with Applications*, 2008.
- [12] Hu, Qiao, Zhengjia He, Zhousuo Zhang, and Yanyang Zi. «Fault diagnosis of rotating machinery based on improved wavelet package transform and SVMs ensemble.» *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2007: 688-705.

- [13] Feng, Yanhui, and Fernando S. Schlindwein. «Normalized wavelet packets quantifiers for condition monitoring.» *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2008.
- [14] Lu, Chung-Jen, and Yu-Tsun Hsu. «Vibration analysis of an inhomogeneous string damage detection by wavelet transform.» *International Journal of Mechanical Sciences*, 2002: 745-754.
- [15] Barret, Michel, Kourosh Madani, and Jean-Félix Durastanti. «An application of wavelet transform to the detection of incipient spalling in rolling bearing.» 2002.
- [16] Rakoto Razafindrazato, Guy Marie, Olivier Riou, et Jean Félix Durastanti. «Effective numerical tool for extraction of modal parameters based on continuous wavelet transform applied to a gear motor.» *Journal of Sound and Vibration*, 2010. (article in submission)
- [17] Rakoto Razafindrazato, Guy Marie. *Méthodes numériques pour la caractérisation vibratoire des structures complexes*. Thèse de doctorat, Paris : IUT de Sénart Fontainebleau, 2010.